



INSTITUTO DE MATEMATICAS

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Antioquia

Convocatoria Pública Joven investigador 2018

El grupo de investigación **ALGEBRA U DE A** se complace en anunciar que dispone de **dos (2)** cupos para que estudiantes de los **programas de pregrado en matemáticas o física** hagan parte del Programa Jóvenes Investigadores, de la vicerrectoría de investigación, integrándose al Grupo mediante un convenio de pasantía. Durante este periodo el estudiante favorecido estará bajo la responsabilidad del tutor, profesor **Pedro Hernández Rizzo**, y se vinculará al proyecto de investigación **Level-delta limit linear series**, registrado en el Sistema Universitario de Investigación –SUI–.

CONDICIONES DE LA PASANTIA:

La pasantía tendrá una duración de hasta 12 meses, con una dedicación entre 10 y 16 horas semanales. La Universidad otorgará al estudiante un estímulo económico mensual correspondiente al 50% de un Salario Mínimo Mensual Legal Vigente –SMMLV.

REQUISITOS DEL CANDIDATO:

- Cumplir con los requisitos mínimos indicados en los términos de referencia de la convocatoria del documento página 4, ítem 8 en el enlace: [file:///C:/Users/Matematica_FCEN/Downloads/tr-cji%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/Matematica_FCEN/Downloads/tr-cji%20(1).pdf)
- Enviar historial académico donde se reseñe la experiencia y desempeño académico del estudiante hasta el periodo 2017-2.
- Enviar (el) los tema(s) o área(s) de interés (que serán detalladas al final de este documento) en la cual desea participar justificando, en cada caso, lo que lo motivaría a escogerla.

COMPROMISOS DEL ESTUDIANTE:

Ver los términos de referencia de la convocatoria del documento páginas 5 y 6, ítem 10 en el enlace: [file:///C:/Users/Matematica_FCEN/Downloads/tr-cji%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/Matematica_FCEN/Downloads/tr-cji%20(1).pdf)

INSCRIPCIONES:

Enviar al correo electrónico pedro.hernandez@udea.edu.co los documentos de soporte exigidos en el literal anterior de REQUISITOS DEL CANDIDATO.

Los documentos se recibirán **a partir del 17 de enero de 2018 hasta el 16 de febrero de 2018.**

DIVULGACIÓN DE RESULTADOS:

Los estudiantes serán elegidos por análisis de los requisitos que presente para participar de esta convocatoria. Cada candidato será informado a través de correo electrónico el **día 19 de febrero de 2018**, sobre el resultado de su postulación.

NOTA: El estudiante seleccionado deberá poseer o abrir una cuenta bancaria personal para el pago, igualmente una dirección electrónica institucional para enviarle información y tener todos sus datos actualizados en campus en línea. Los temas y/o áreas que ofrecemos a nuestros posibles candidatos son:

1. Geometría Algebraica no-Conmutativa.
2. Números p-ádicos, lema de Hensel y aplicaciones.
3. Teoría de modelos y geometría algebraica.
4. Cuerpos finitos y teoría algebraica de números.
5. Conjetura Jacobiana.
6. Geometría y teoría de representaciones
7. Análisis complejo en una y/o varias variables.
8. Geometría tropical y aplicaciones.
9. Reducción Noetheriana y el teorema de Ax-Grothendieck.



Presentaremos a continuación un esbozo de cada una de las áreas y/o temas aquí anunciados, con el objetivo de dar claridad sobre el alcance, prerrequisitos e intereses en los problemas que serán planteados en cada una de ellas.

Geometría algebraica no-conmutativa

Esta es una de las ramas de la geometría no-conmutativa que se dedica, grosso modo, al estudio de propiedades geométricas provenientes de la “traducción” de álgebras, anillos, módulos, etc. no-conmutativos en términos geométricos, en analogía a la construcción para el caso conmutativo.

Relacionado a las aplicaciones podemos mencionar que la geometría algebraica no-conmutativa, como caso particular de la geometría no-conmutativa, tiene como campo de acción la teoría de la física cuántica.

Nuestro problema aquí será establecer, en primera instancia, la traducción antes mencionada, partiendo del estudio en el caso conmutativo de esta equivalencia. Esto lleva implícito la construcción de la teoría de esquemas algebraicos y el estudio de sus principales consecuencias. En una segunda instancia, siempre que el joven investigador lo permita, llegaremos a la demostración de que toda curva afín no-conmutativa es en realidad una curva afín conmutativa.

Números p-ádicos, lema de Hensel y aplicaciones

Los llamados sistemas complejos provenientes de, por ejemplo, la física y la bioquímica encuentra su modelado matemático en el lenguaje del análisis y análisis funcional sobre espacios no-arquimedianos. Ejemplos de este tipo de espacios son los llamados números y enteros p-ádicos.

El objetivo de este problema será el de explorar la construcción de estos números y estudiar sus principales propiedades, entre ellas, su estructura algebraica, topológica y la demostración del teorema de Ostrowski. Llegaremos al lema de Hensel y estudiaremos un par de aplicaciones de este relacionadas a la existencia de soluciones de ecuaciones cuadráticas.

Teoría de modelos y geometría algebraica

Existe una importante interacción entre la lógica y la geometría algebraica, compartiendo técnicas y herramientas todas ellas a disposición a partir de que Grothendieck las hizo parte de ambas a través de la teoría de categorías. Una de estas herramientas son los ultra-productos y una técnica es el teorema de Los. El objetivo de este problema será explorar las aplicaciones que los ultra-productos traen a la geometría algebraica y como la traducción del teorema de Los, conocido como el principio de Lefschetz, permite demostrar afirmaciones propias de la geometría algebraica, como será el reto aquí: la demostración del Teorema de Ax.

Cuerpos finitos, enteros p-ádicos y teoría algebraica de números

El objetivo aquí será presentar las herramientas básicas de la teoría algebraica de números como son las valuaciones y anillos de valuación. Como ejemplo particular de esta construcción serán presentados los enteros p-ádicos.

A partir de ahí, estaremos interesados en resolver el problema de Minkowski, como una aplicación de la teoría de representaciones de grupos finitos y las técnicas sobre enteros p-ádicos. Precisamente, estudiaremos la demostración, como aplicación de las mencionadas técnicas, del cálculo de la cota superior para el orden de todo subgrupo finito del grupo de matrices cuadradas invertibles de orden n con entradas en los racionales.

Conjetura Jacobiana

Esta es una de las conjeturas en abierto más importantes de la geometría algebraica. En pocas palabras, esta es la versión del teorema de la función inversa para el caso de funciones polinomiales, del cual no se ha



determinado su demostración ni un contraejemplo para dimensión mayor que 3. Nuestra intención aquí será estudiar las demostraciones y técnicas para llegar a su conclusión en los casos de dimensión 1 y 2. Así mismo, mostraremos los avances actuales, su relación con otras conjeturas importantes, como la de Dixmier, y algunas tentativas de solución para el caso en dimensión 3.

Geometría y teoría de representaciones

Uno de los problemas centrales de la teoría de representaciones de álgebras de dimensión finita es la de su clasificación. Dentro de este tipo de álgebras podemos considerar a las álgebras de caminos asociadas a un quiver finito. Sin embargo, no es un problema fácil y por esto se han recurrido a diversas interpretaciones de estas en lenguajes con las que este problema sea más fácil de determinar. El objetivo aquí será mostrar una “traducción” de estas en términos de variedades algebraicas. Nuestro objetivo será estudiar algunas de las principales construcciones de variedades que provienen de este tipo de álgebras y mostrar algunas aplicaciones simples.

Análisis complejo en una y/o varias variables

Los temas a considerar aquí quedarán a discusión con el joven investigador interesado. Entre ellos se encuentran, para una variable, el teorema de Mittag-Leffler o el teorema de factorización de Weierstrass. Para el caso de varias variables, el teorema de preparación de Weierstrass o funciones analíticas en varias variables y conjuntos analíticos.

Geometría Tropical y aplicaciones

La geometría tropical es una nueva área, considerada dentro de la geometría algebraica, con poderosas técnicas para atacar problemas con una fuerte componente combinatoria. Así mismo, por una de sus interpretaciones equivalentes, también ha sido una poderosa herramienta para atacar problemas relacionados con la geometría real y sus aplicaciones en optimización.

El objetivo de este problema será presentar y construir una presentación amena y amigable de esta nueva área ilustrando su poder en la solución del 16° problema de Hilbert en casos simples (pues este continúa sin solución en el caso general).

Reducción Noetheriana y el teorema de Ax-Grothendieck

Esta es una aplicación, en analogía al caso general sobre álgebras de presentación finita, para reducir un problema sobre los números complejos al caso de la clausura algebraica sobre cuerpos finitos de característica p .

La idea es demostrar, usando solo técnicas del álgebra conmutativa, un resultado que Ax demostró usando técnicas de la teoría de modelos. Este lleva consigo demostrar algunos resultados previos sobre localización de anillos y la versión Zariski del teorema de los ceros de Hilbert sobre los enteros.