



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

INSTITUTO DE MATEMÁTICAS

**Tercer Encuentro Regional de Matemáticas**

**12 de diciembre de 2012**

**Programación preliminar:**

<b>Hora</b>	<b>Mañana</b>
9:30 a. m. - 10:00 a. m.	Lanzamiento "Tercer Encuentro Regional de Matemáticas"
10:00 a. m. - 10:30 a. m.	Café
10:30 a. m. - 11:10 a. m.	Conferencia 1. Jairo Eloy Castellanos
11: 20 a. m. – 11:50 a.m.	Conferencia 2. Frank Rodrigo Duque

<b>Hora</b>	<b>Tarde</b>
2:00 p. m. - 2:30 p. m.	Conferencia 3. Juan Camilo Arias
2:40 p. m. - 3:10 p. m.	Conferencia 4. Alex Sierra
3:20 p. m. - 3:50 p. m.	Conferencia 5. Francisco Rodríguez
4:20 p. m. - 4:50 p. m.	Conferencia 6. Alex Holguín
5:00 p. m. - 5:30 p. m.	Conferencia 7. Miguel Velásquez

## **Resúmenes de las conferencias:**

### **Conferencia 1: Resolubilidad y regularidad de las soluciones de EDP Lineales**

El propósito de esta charla es presentar un ligero panorama de uno de los problemas más básicos de la teoría de las ecuaciones diferenciales parciales lineales: decidir sobre la resolubilidad local de una EDP lineal.

### **Conferencia 2: Fuerza y Suma de Colores**

La teoría de grafos ha proporcionado muchos modelos y técnicas para una gran variedad de problemas que han surgido en diferentes contextos. Uno de estos problemas es el de colorear los vértices de un grafo, que consiste en asignar un número entero positivo a cada nodo de forma que cualesquier dos vértices adyacentes se les asigne números diferentes. A partir del concepto de coloración de un grafo, se plantea el problema de la suma de colores, que consiste en buscar la coloración que minimiza la suma de los números asignados a los vértices.

### **Conferencia 3: Morfismos Irreducibles**

H. Giraldo y H. Merklen en el artículo Irreducible morphisms of categories of complexes describieron la forma de los morfismos irreducibles en la categoría de complejos de una categoría abeliana y de Krull-Schmidt, presentamos aquí una generalización de dichos resultados para la categoría de complejos de una categoría exacta. Finalizamos mostrando que estos resultados son válidos para la categoría derivada de un álgebra de Artin, el cual es un resultado obtenido en el artículo mencionado.

### **Conferencia 4: Representaciones de álgebras de Cadenas**

Es conocido en la teoría de las representaciones de álgebras asociativas, que si  $k$  es un campo y  $\Gamma$  una aljaba finita, entonces la categoría de los módulos de dimensión finita sobre la  $k$ -álgebra de caminos  $k\Gamma$  es equivalente a la categoría de las representaciones de dimensión finita de  $\Gamma$  sobre el campo  $k$ . En el presente trabajo generalizamos las álgebras de caminos de aljabas por las álgebras de cadena de aljabas. Se demostrará que el álgebra de caminos  $k\Gamma$  se puede embeber en una  $k$ -álgebra de cadena para la aljaba  $\Gamma$ . También se demostrará una equivalencia similar entre la categoría de las representaciones de  $\Gamma$  sobre  $k$  y una subcategoría de los módulos sobre la  $k$ -álgebra de cadena que contiene a  $k\Gamma$ .

### **Conferencia 5: Una Introducción a los procesos puntuales**

Heurísticamente, un proceso puntual es un conjunto de datos que se encuentran en una región específica. Los datos asociados a este proceso generalmente se representan

mediante puntos en un plano y estos pueden ser asociados con cualquier población espacialmente explícita, como por ejemplo, nidos de animales, epicentros de terremotos, focos de propagación de incendios, localizaciones de brotes de alguna infección, etc. En esta charla se introducirá las nociones básicas de los procesos puntuales, además se presentaran algunos resultados clásicos dentro de esta teoría, se mostraran algunas de sus aplicaciones y paquetes estadísticos relacionados.

### **Conferencia 6: Álgebras de grupo normales**

Denotemos por  $FG$  el álgebra de grupo del grupo  $G$  sobre el cuerpo  $F$  de  $\text{char}(F) \neq 2$ , y por  $\#: FG \rightarrow FG$  la involución definida por  $\alpha = \sum \alpha_g g \rightarrow \alpha^\# = \sum \alpha_g \sigma(g)g^*$ , donde  $\sigma: G \rightarrow \{\pm 1\}$  es un homomorfismo de grupo (llamado un morfismo orientación) y  $*$  es una involución sobre el grupo  $G$ . En esta mini-charla, determinamos condiciones suficientes sobre  $G$  y  $N = \ker(\sigma)$  bajo las cuales el álgebra de grupo  $FG$  es normal, es decir, condiciones bajo las cuales  $FG$  satisface la  $\#$ -identidad  $\alpha\alpha^\# = \alpha^\#\alpha$ .

### **Conferencia 7: Retículos cuantizadores en dimensión 4**

Bajo ciertas condiciones generales, un retículo en  $\mathfrak{R}^n$  puede considerarse como un cuantizador vectorial, en este caso la celda de Voronoi del retículo usa para convertir cada punto dentro de ella en un punto del lattice, obteniéndose así, un convesor analógico-digital o quantizer.

Por diversas razones, interesa minimizar el error promedio cometido en este proceso, la integral de las distancias al cuadrado en la celda de Voronoi es la forma más común de medir este error. Esta es la cantidad que se quiere minimizar, al variar los lattices.

El problema de hallar el retículo cuantizador óptimo solo ha sido resuelto en dimensiones 2 y 3, como es de esperarse el lattice hexagonal es el mejor cuantizador en dimensión dos, mientras que en el caso 3 dimensional el mínimo ocurre en el lattice  $A_3^*$ . Ver Barnes-Sloane [BS].

El objetivo central de la charla es presentar un panorama actualizado del problema, y mostrar algunos adelantos que hemos logrado para el caso 4 dimensional, en especial hemos obtenido una fórmula que permite calcular la constante de cuantización para cualquier lattice en dimensión 4.

El trabajo se basa en resultados anteriores de Barnes para obtener el momento de inercia y en un trabajo de Conway-Sloane que describe cómo calcular el momento de inercia de polítopos convexos.

Es de resaltar que dada la magnitud de las fórmulas, el uso del computador resulta esencial.

Referencias

[Ba] Barnes, E. S. The covering of space by spheres. *Canad. J. Math.* 8 (1956), 293{304.

[BS] Barnes, E. S.; Sloane, N. J. A. The optimal lattice quantizer in three dimensions. *SIAM J. Algebraic Discrete Methods* 4 (1983), no. 1, 30{41.

[CS] Conway, J. H.; Sloane, N. J. A. Low-dimensional lattices. VI. Vorono reduction of three-dimensional lattices. *Proc. Roy. Soc. London Ser. A* 436 (1992), no. 1896, 55{68.