

Programación y resúmenes del
Sexto Encuentro Regional de Matemáticas.
10 y 11 de Diciembre de 2014.

Instituto de Matemáticas.
F.C.E.N.
Universidad de Antioquia.

Programa.

Hora/Día	10 de Diciembre	11 de Diciembre
9:15–10:00	Jose Manuel Gomez G. (UNAL Medellín)	Jesus Alonso Ochoa (Universidad Javeriana)
10:00–10:15	Pausa para café	Pausa para café
10:15–11:00	Maria Eugenia Castañeda L. (U de A)	Francisco J. Rodriguez (Universitat Jaume I)
11:10–11:55	Alexander Quintero Velez (Universidad del Valle)	Juan C. Cordero C. (UNAL Manizales)
12:00–14:00	Almuerzo	Almuerzo
14:00–14:45	Hebert Montegranario R. (U de A)	Gerardo A. Honorato G. (Universidad de Valparaíso, Chile)
14:50–15:05	Pausa para café	Pausa para café
15:05–15:50	Bernardo Uribe J. (Universidad del Norte)	Andrés Franco L. (U de A)
16:00–16:45	Juan C. Galvis A. (UNAL Bogotá)	Joel Restrepo Tangarife (U de A)

Resúmenes de las conferencias 10/12/2014.

Invariantes Algebraicos en Topología Algebraica.

Prof. Jose Manuel Gomez G.

En esta charla vamos a explicar informalmente el significado de invariantes algebraicos en Topología Algebraica. El objetivo general de esta charla es explorar la utilidad de estos invariantes por medio del estudio de ejemplos ilustrativos.

Diseños D-Óptimos para Modelos No Lineales de Efectos Mixtos

Profa. María Eugenia Castañeda L.

Uno de los principales objetivos al diseñar un experimento es determinar aquellas condiciones óptimas, representadas por los niveles de los factores y frecuencias de medición, que permitan obtener una mayor precisión en la respuesta observada y mejores estimaciones. Estos niveles y frecuencias de medición óptimas se pueden obtener mediante criterios con significado estadístico llamados criterios de optimalidad. Existen diferentes criterios de optimalidad según los objetivos del problema de estudio. Por ejemplo, si el objetivo es hallar el diseño experimental que permita estimar eficientemente los parámetros del modelo considerado, el criterio más utilizado para este fin es el criterio de D-optimalidad o criterio del determinante. Este criterio es un funcional de la Matriz de Información de Fisher y busca, en términos asintóticos, minimizar el volumen del elipsoide de confianza asociado con el vector de parámetros del modelo. Los diseños experimentales bajo este criterio son llamados diseños D-óptimos y han sido desarrollados ampliamente en modelos lineales y no lineales de efectos fijos. El objetivo de esta charla es presentar una introducción a los diseños D-óptimos para cierta clase de modelos no lineales de efectos mixtos e ilustrar mediante algunos ejemplos su aplicación en problemas de farmacocinética.

Defectos topológicos y plegados orbiculares generalizados

Prof. Alexander Quintero Velez.

Los plegados orbiculares en una teoría topológica de campos poseen una formulación natural en términos de líneas de defectos. Esta perspectiva permite una vasta generalización del procedimiento de plegado orbicular; a saber, una teoría topológica de campos con líneas de defecto da lugar a una bicategoría rotatoria. El objetivo de esta charla es desarrollar un marco general que toma tal bicategoría como entrada y arroja como resultado su correspondiente "plegado orbicular". Explicaremos como las equivalencias de plegados orbiculares generalizados dan lugar a equivalencias entre categorías trianguladas hasta ahora desconocidas.

Solucion Numerica de Ecuaciones Diferenciales Parciales

Prof. Hebert Montegranario R.

Las Ecuaciones Diferenciales Parciales, en particular, las ecuaciones de la Física-Matemática nos permiten modelar una gran parte de los fenómenos naturales. A Pesar de los grandes avances en la solución analítica de estas ecuaciones, resultan escasas comparadas con el gran número de situaciones en las que es imposible una solución analítica. Una alternativa para estos casos son las soluciones numéricas; que permiten discretizar el problema y hacerlo implementable en el computador mediante algun lenguaje de programación. De esta manera podemos obtener soluciones con alto grado de aproximación y simular el comportamiento de sistemas en los que seria imposible de otra manera.

Equiparticiones de regiones convexas.

Prof. Bernardo Uribe J.

Consideremos una región convexa en \mathbb{R}^n . ¿Podremos partirla en n pedazos convexas de tal manera que todos tengan igual área e igual perímetro? En esta conferencia explicaré los avances que he hecho con mis colaboradores en la solución del problema antes expuesto.

On elliptic equations with log-normal coefficients.

Prof. Juan C. Galvis A.

In this talk we review some results on the pressure equation with log-normal coefficients. We effectively deal with the non-uniform ellipticity in the coefficients introducing weighted norms. A Finite Element Method is designed that uses Chaos expansions. The a priori error estimates use special weighted Chaos expansions norms. The regularity results needed in the a priori error estimates are established. The talk is based in the articles [SIAM J. Numer. Anal. (2009) pp. 3624-3651] and [SIAM J. Math. Anal., 2012, 2637–2665]. This is a joint work with Marcus Sarkis.

Resúmenes de las conferencias 11/12/2014.

Extensiones de grupoides dobles de Lie.

Prof. Jesús Alonso Ochoa

Un grupoide doble es un conjunto \mathcal{B} dotado con dos estructuras de grupoides diferentes, pero compatibles. Es útil representar elementos de \mathcal{B} como cajas que *pegan* bien, horizontal y verticalmente, de acuerdo a la estructura de grupoide bajo consideración. Los lados verticales (respectivamente horizontales) de una caja pertenecen a otro grupoide \mathcal{V} (resp. \mathcal{H}). Un grupoide doble es *delgado* si cualquier caja está determinada por sus cuatro lados. La noción de grupoide doble fue introducida por Ehresmann [7] y posteriormente estudiada en [3], [4], [5], [6] y referencias incluidas allí.

La noción de grupoide doble de Lie fué definida e investigada por K. Mackenzie [9], [11]; ver también [10], [8] para aplicaciones a geometría diferencial y de Poisson. En particular, en [9] se planteó el problema de la clasificación de los grupoides dobles de Lie, ver también [5]. En este último, se dió una solución completa en el caso de los grupoides dobles de Lie *localmente triviales*.

Recientemente en [1] se dio, en dos pasos, una descripción completa de los grupoides dobles discretos:

1. Cualquier grupoide doble es una extensión de un grupoide doble delgado (su *marco*) por un fibrado de grupos abelianos.
2. La categoría de los grupoides dobles delgados, que satisfacen la *condición de llenado*, con grupoides vertical y horizontal fijos \mathcal{V} y \mathcal{H} , es equivalente a la categoría de diagramas sobre \mathcal{V} y \mathcal{H} .

En [2], extendimos el paso (2) al contexto de los grupoides dobles de Lie. En este contexto, la aplicación *lado superior-derecho* es una submersión sobreyectiva (una versión diferenciable de la condición de llenado [9]). Nuestro principal resultado fue la siguiente equivalencia de categorías:

La categoría de grupoides dobles de Lie delgados, con grupoides de Lie vertical y horizontal fijos \mathcal{V} y \mathcal{H} , y acción medular propia, es equivalente a la categoría de diagramas de grupoides de Lie (\mathcal{D}, j, i) tal que las aplicaciones j e i son transversales en las identidades.

En esta presentación expondremos algunos resultados relacionados con el paso (1) de la caracterización dada en [1]. Construiremos una teoría de cohomología de grupoides

dobles y mostraremos que las extensiones de los mismos están determinadas por el primer grupo de cohomología, de la cohomología total, del complejo doble construido. Estos resultados hacen parte de un trabajo conjunto con N. Andruskiewitsch y A. Tiraboschi.

Referencias

- [1] N. Andruskiewitsch and S. Natale. *The structure of double groupoids*, J. of Pure and Applied Algebra, **213**, 1031–1045, (2009).
- [2] N. Andruskiewitsch, J.A. Ochoa Arango and A. Tiraboschi, *On slim double Lie groupoids*, Pacific J. Math. **256** no. 1, 1–17 (2012).
- [3] R. Brown, *Crossed complexes and homotopy groupoids as non commutative tools for higher dimensional local-to-global problems*, Fields Inst. Commun. **43**, 101–130, Amer. Math. Soc. (2004).
- [4] R. Brown and G. Janelidze, *Galois theory and a new homotopy double groupoid of a map of spaces*, Appl. Categ. Structures **12**, 63–80 (2004).
- [5] R. Brown and K. Mackenzie, *Determination of a double Lie groupoid by its core diagram*, J. Pure Appl. Algebra **80**, 237–272 (1992).
- [6] R. Brown and C. Spencer, *Double groupoids and crossed modules*, Cahiers Topo. et Géo. Diff. **XVII**, 343–364 (1976)
- [7] C. Ehresmann, *Catégories doubles et catégories structurées*, C. R. Acad. Sci. Paris 256, 1198–1201 (1963). *Catégories structurées* Ann. Sci. École Norm. Sup. **80**, 349–426 (1963).
- [8] J.-H. Lu and A. Weinstein, *Groupoides symplectiques doubles des groupes de Lie-Poisson*, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. **309**, 951–954 (1989).
- [9] K. Mackenzie, *Double Lie algebroids and Second-order Geometry*, I, Adv. Math. **94**, 180–239 (1992).
- [10] K. Mackenzie, *On symplectic double groupoids and the duality of Poisson groupoids*, Internat. J. Math. **10**, 435–456 (1999).
- [11] K. Mackenzie. *Double Lie algebroides and Second-order Geometry*, II, Adv. Math. **154**, 46–57 (2000).

Spatio-temporal modelling of earthquakes catalog through second-order properties of point processes.

Prof. Francisco J. Rodriguez-Cortés.

There is an extensive literature on the analysis of point process data in time and in space. However, methods for the analysis of spatio-temporal point processes are less well established. Many spatial processes of scientific interest also have a temporal component that may need to be considered when modelling the underlying phenomenon. The spatio-temporal behaviour analysis is fundamental in areas such as environmental sciences, climate prediction and meteorology, epidemiology, image analysis, agriculture, seismology and astronomy, and so spatio-temporal point processes, rather than purely spatial point processes, must then be considered as potential models. A natural starting point for the analysis of spatio-temporal point process data is to investigate the nature of any stochastic interactions among the points of the process. For these processes, second-order properties play an important role for exploratory and explanatory analysis. Second-order methods provide indeed a natural starting point for such analysis. In this work, kernel estimates of the second-order product density function of a spatio-temporal point process with and without considering first- and second-order spatio-temporal separability are given. The spatio-temporal second-order product density function is of interest as can be used to discriminate amongst several spatio-temporal point structures. Further, the expectation and variance of this estimator are obtained. In addition, as we have developed close expressions for the variance under the Poisson case, we use them to generate the corresponding confidence surfaces. We finally present a simulation study and an application in earthquakes modelling making use of the library **stpp** and connected Fortran subroutines to **R**. This is a joint work with Jorge Mateu, Mohammad Ghorbani and Dietrich Stoyan.

El problema de Cauchy para ecuaciones de campo Neuronal.

Prof. Juan C. Cordero C.

Se comentaran algunos resultados y problemas abiertos sobre la existencia de soluciones del problema de Cauchy asociado a ecuaciones de campo neuronal de la forma

$$\partial_t u = -u + \epsilon \Delta u + \int_{\Omega} \omega(x, y) [1 + \gamma g(u(x, t) - u(y, t))] f(u(y, t)) dy,$$

donde $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, ω es un *kernel sináptico*, $g(u) = e^{-u^2}$ es una función Gaussiana, $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una *función de activación*, $\epsilon \geq 0$ es una constante disipativa, γ es un coeficiente de fuerza y $u : \mathbb{R} \times [0, \infty] \rightarrow \mathbb{R}$ es la función desconocida llamada de *potencial de membrana*.

Los casos extremos donde $\gamma = \epsilon = 0$ conducen al conocido modelo de Amary

$$\partial_t u = -u + \int_{\Omega} \omega(x, y) f(u(y, t)) dy,$$

cuyos estados estacionarios resultan también de interés.

Dinámica de Familias a un Parámetro

Prof. Gerardo A. Honorato G.

En esta exposición exploramos la dinámica de polinomios y funciones racionales actuando en la esfera de Riemann. Este tipo de dinámicas han sido objeto de intenso estudio desde los trabajos seminales de Fatou y Julia a principios del siglo pasado. Estos trabajos fueron retomados a finales de los setenta, en el estudio fundamental del conjunto de Mandelbrot.

Específicamente, en esta charla estudiaremos el espacio de parámetros y el plano dinámico de los polinomios cuadráticos y del método de Newton aplicado a polinomios cúbicos. Intentaremos dar un visión general de ambas familias, resaltando sus similitudes y diferencias. A modo de ejemplo, el locus de conectividad en el caso de la familia cuadrática es el conocido conjunto de Mandelbrot, mientras que en el caso del método de Newton es todo el plano complejo. Por otro lado el locus de bifurcación de la familia cuadrática es el borde del conjunto de Mandelbrot, mientras el del método de Newton sorprendentemente contiene pequeños conjuntos de Mandelbrot. La charla será de carácter introductorio y será complementada con figuras de fractales.

Superálgebra de Jordan ortosimpléctica $\mathcal{Josp}_{n|2m}(\mathbb{F})$.

Prof. Andrés Franco L.

En esta charla, estudiaremos con detalle la estructura de la super-álgebra de Jordan ortosimpléctica $\mathcal{Josp}_{n|2m}(\mathbb{F})$. Primero mostramos cómo se construye esta superálgebra vía una superinvolución en $\mathcal{M}_{n+2m}(\mathbb{F})$. Seguidamente caracterizamos sus elementos (como matrices cuadradas de tamaño $n + 2m$), luego introducimos una notación bastante útil que nos permite exhibir un conjunto generador para $\mathcal{Josp}_{n|2m}(\mathbb{F})$ y posteriormente construimos las tablas de multiplicación para esta superálgebra. Finalmente realizamos un estudio parcial sobre la validez de un análogo al Teorema Principal de Wedderburn (TPW) para $\mathcal{Josp}_{n|2m}(\mathbb{F})$.

On some weighted classes of functions harmonic in the half-plane

Prof. Joel Restrepo Tangarife

Some weighted classes of functions harmonic in the upper half-plane are introduced. These depend on a functional parameter given on the positive semi-axis. Some Poisson type descriptive representations are proved for the considered classes, and an analog of the Stieltjes inversion formula is true. The boundary properties of the considered classes are described in terms of a new notion of omega-capacity on the real axis, which becomes an analog of Frostman's alpha-capacity in a very particular case.