Información del estudiante:

Nombre completo del Finalista:			
Número de Documento de identidad:			
Institución Educativa a la que pertenece:			
Grado:		Edad:	

Instrucciones:

- **No abrir la bolsa hasta recibir la indicación**. Una vez abierta, consérvela para introducir en ella el examen y entregarlo cuando lo termine.
- Recuerde diligenciar en la primera página todos sus datos de identificación, claros y completos.
- Esta prueba consta de 12 preguntas, 8 son de selección múltiple con única respuesta, cada una con valor de 5 puntos y 4 preguntas que requieren procedimiento, cada una con valor de 15 puntos.
- Recuerde marcar sus respuestas en la tabla de soluciones ubicada en la página 2. **Las respuestas que no esten señaladas en la tabla, no serán válidas.**
- El tiempo para resolver la prueba es de dos horas.
- No se permite que el participante salga del auditorio antes de 40 minutos luego de haber comenzado la prueba.
- No se permite el uso de hojas diferentes a las provistas por el equipo organizador de las Olimpiadas de Matemáticas.
- No se permite el uso de aparatos electrónicos.
- Al finalizar la prueba, introduzca el examen y las hojas con las soluciones en la bolsa, e inmediatamente entréguela al miembro del equipo organizador que se encuentre más cercano.

Tabla de soluciones

Marque con una **X** la solución correcta.

Pregunta	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					

Patrocinadores

Problemas de Selección Múltiple:

1. Dos corredores recorren una pista circular y parten juntos de un punto A, el primero recorre la pista en 5 minutos y el segundo en 6 minutos. Si corren durante 1 hora. ¿Cuántas veces se vuelven a encontrar juntos en el mismo punto A?.

   (A) 2 (B) 5 (C) 6 (D) 11 (E) 30

2. Cuatro amigas asisten al cine pero solamente tres han pagado la entrada. El portero les pregunta para saber quién es la que no la ha pagado:

   - Yo no he sido, dice Nancy.
   - Ha sido Paula, dice Xiomara.
   - Ha sido Laura, dice Paula.
   - Xiomara miente, dice Laura

   Si se sabe que solo una de ellas miente, ¿quién no ha pagado la entrada?

   (A) Nancy (B) Xiomara (C) Laura (D) Paula (E) No hay suficiente información

3. Los números x, y son distintos y satisfacen la igualdad $x - \frac{1}{x} = y - \frac{1}{y}$. ¿Cuál es el valor de xy?

   (A) 4 (B) 1 (C) -1 (D) -4 (E) No se puede determinar

4. Dos piratas tienen sus bolsillos llenos de monedas de oro. El primero le dice al segundo:“Si te diera 10 monedas de mi oro, tendríamos la misma cantidad de monedas”. El segundo le dice al primero: “Si te diera 10 monedas de mi oro, entonces tendrías el doble de oro que yo”. ¿Cuántas monedas de oro tienen entre los dos piratas?

   (A) 50 (B) 70 (C) 100 (D) 110 (E) 120

5. Si x, y y z son enteros positivos tales que $xy = 24$, $xz = 48$, and $yz = 72$, encuentre el valor de $x + y + z$.

   (A) 18 (B) 27 (C) 22 (D) 24 (E) 21

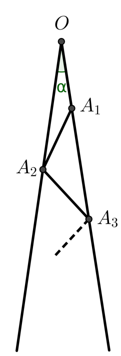
6. Encuentre el número de pares de enteros x, y tales que $xy - 3x - 5y = 0$

   (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 16

7. En el triángulo equilatero ABC, el punto medio de BC es M. Si el circuncírculo del triángulo MAB tiene área 36π. ¿Cuál es el perímetro del triángulo ABC?

   (A) 12 (B) 6 (C) 36 (D) 18 (E) 24

8. En la figura que se muestra a la derecha, $\angle\alpha = 7°$, y los segmentos OA_1, A_1A_2, A_2A_3, $\ldots$ son todos iguales. ¿Cuál es el número mayor de segmentos que se puede dibujar de esta manera?



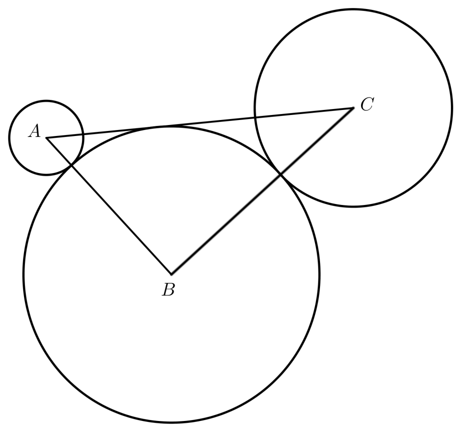
   (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) Tantos como queramos

Problema de Procedimiento 1

Sea $p(x) = x^2 - 20x - 11$. Si a y b son números naturales tales que a es compuesto, $mcd(a, b) = 1$ y $p(a) = p(b)$, calcule ab.

Problema de Procedimiento 2

Tres círculos son tangentes. Uno de radio 1 y centro en A, otro de radio 4 y centro en B y el tercero con centro en C. Sea AC tangente al círculo con centro en B y el ángulo $\angle ABC$ recto. Encuentre el radio del círculo con centro en C.



Problema de Procedimiento 3

Supongamos que $a_1, a_2, a_3, \ldots$ es una sucesión aritmética creciente de enteros positivos. Dado que $a_3 = 13$, calcule el máximo posible valor de

$$a_{a_1} + a_{a_2} + a_{a_3} + a_{a_4} + a_{a_5}.$$

Problema de Procedimiento 4

¿Cuál es la suma de todos los números entre 1 y 100 que son divisibles por 3 o por 5?