
**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
PREGRADO EN MATEMÁTICAS**

Código: CNM-171

Nombre: Geometría Vectorial

Prerrequisitos: CNM-108

Correquisitos: Ninguno

Duración del semestre: 16 semanas

Intensidad semanal: 4 horas teóricas

Número de créditos: 4

Campo de formación: Básico

Programa a los cuales se ofrece: Química

Este curso es habilitable y validable.

1. Objetivos

- Reafirmar en forma permanente la práctica determinación de diferentes lugares geométricos, enfatizando el análisis y desarrollo cartesiano.
- Analizar la estructura del espacio vectorial y sus propiedades características. Aplicar los conceptos expuestos a problemas de interés en el área de la Química, la Física y el Cálculo.
- Identificar algunos sistemas cuya estructura corresponde a la de un espacio vectorial.

2. Contenido

Unidad 1: Elementos de Geometría Euclidiana

- Nociones elementales de Geometría. Nociones de recta y semirecta. Noción de ángulo, ángulo recto, ángulos suplementarios. Medida de ángulos. Bisectriz de un ángulo. Medida de segmentos. Mediatriz de un segmento y sus propiedades. Segmentos y rectas notables en el triángulo. Casos de congruencias de triángulos. Ejercicios.
- Rectas paralelas : Definición. Ángulos alternos internos. Ángulos correspondientes. Condición necesaria y suficiente para que dos (2) rectas sean paralelas. Suma de ángulos de un triángulo. Suma de ángulo en un polígono. Polígonos regulares. Definición y propiedades de los polígonos.
- Paralelogramo : Definición. Condición necesaria y suficiente para que un cuadrilátero sea paralelogramo. Estudio de la geometría de los paralelogramos notables : Rectángulo, rombo, cuadrado, trapecio. Sistemas sólidos cristalinos : Formas geométricas.
- Teorema de Thales. Semejanza de triángulos. Casos de semejanza de triángulos. Ley del coseno. Teorema de Pitágoras. La circunferencia. Ángulos inscritos en una circunferencia y su medida.

- Área de figuras planas. Área del paralelogramo, triángulo, rectángulo, rombo y trapecio. Área de un polígono regular. Longitud de la circunferencia. El número π . Área del círculo, del sector circular y del segmento circular.
- Nociones de Geometría de rectas y planos en el espacio. Posiciones relativas de: dos rectas, recta y plano, dos planos, dos circunferencias en el plano.

Unidad 2: Concepto De Vector Libre. Aplicaciones Geométricas y Físicas.

- Vector libre. Notación. Características. Igualdad. Suma de vectores libres.
- Observaciones: $\left| \vec{a} + \vec{b} \right| \leq \left| \vec{a} \right| + \left| \vec{b} \right|$. Propiedades de la suma. Diferencia. Producto de un real por un vector libre.
- Propiedades del producto. Teorema de la proporción. Teorema de la base. Criterio de paralelismo. Criterio de colinealidad. Aplicaciones geométricas generales.
- Problemas de aplicación a la Química y la Física. Velocidad. Fuerzas coplanarias. Descomposición de una fuerza en componentes rectangulares.

Unidad 3: Espacios Vectoriales

- Noción del espacio Vectorial. Ilustraciones: $\langle E^3, R \rangle$, $\langle R^n, R \rangle$, $\langle R_{m \times n}, R \rangle$, $\langle K, K \rangle$ (K campo); $\langle R, R \rangle$
- Espacios de funciones. $\langle P_n[x], R \rangle$ ($P_n[x]$: funciones polinómicas de grado menor o igual a n). Consecuencias derivadas.
- Noción de combinación lineal. Ilustraciones. Noción de subespacio vectorial. Teoremas. Subespacio generado. Ilustraciones: $\langle E^1, R \rangle$, $\langle E^2, R \rangle$ y otros. Suma de subespacios.
- Dependencia e Independencia lineal. Ilustraciones. Consecuencias, teoremas.
- Base y dimensión de un espacio vectorial. Ilustración. Consecuencias.
- Teoremas relacionados con la base y la dimensión. Problemas generales.

Unidad 4: Correspondencia entre Vectores y Puntos. Cambio de base.

- Componentes de un vector en una base. Magnitud de un vector coordenado. Vector unitario. Vectores ortogonales, vectores ortonormales. Isomorfismo entre $\langle E^3, R \rangle$ y $\langle R^3, R \rangle$. Consecuencias.
- Ecuaciones de cambio de base. Matriz del cambio de base. Ecuación matricial. Aplicaciones. Matriz de rotación.

Unidad 5: Lugares Geométricos. Estudio de la Geometría Analítica por Métodos Vectoriales

- Sistemas de coordenadas en dos (2) y tres (3) dimensiones. Vector de posición. Operaciones. Correspondencia entre vectores de posición y puntos. Ecuaciones vectorial, paramétricas y simétricas de la recta en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 .
- Ecuaciones vectorial y cartesiana de: superficie esférica, esfera, circunferencia, círculo. Propiedades generales.
- Producto escalar. Noción. Propiedades. Producto escalar en una base ortonormal. Aplicaciones: $\left| \vec{a} \right|$. Distancia entre dos puntos. Ángulo entre dos (2) vectores. Criterio de ortogonalidad. Proyección ortogonal de un vector sobre otro.
- Cosenos directores de un vector coordenado. Ecuación de una recta normal a un vector. Ecuación de un plano normal a un vector. Ángulo entre dos rectas. Ángulo entre dos planos. Recta tangente a una circunferencia. Plano tangente a una esfera.
- Cálculo de distancias: De un punto a una recta. De un punto a un plano. De una recta a recta (casos). Proyección ortogonal de un punto sobre una recta y de un punto sobre un plano. Simétrico de un punto respecto a una recta y respecto a un plano.
- Ley del coseno, teorema de Pitágoras.
- Problemas de aplicación general del producto escalar.
- Producto vectorial. Noción, propiedades, producto vectorial en una base ortonormal. Aplicaciones: Área del paralelogramo. Área del triángulo. Criterio de paralelismo. Distancia de un punto a una recta. Superficie cilíndrica. Ley del seno.
- Triple producto vectorial. Relación de Gibbs. Ilustraciones. Producto mixto. Propiedades. Producto mixto en una base ortonormal. Aplicaciones. Volumen del paralelepípedo y del tetraedro. Criterio de coplanariedad. Plano determinado por tres puntos no colineales.
- Problemas de aplicación general. Producto vectorial y producto mixto.

3. Metodología

El curso se desarrolla fundamentalmente con base en la exposición de los temas centrales por el profesor en la clase.

4. Forma de evaluación

Por definir por el profesor del curso.

7. Bibliografía:

- Escobar, Jaime . Notas de Geometría Plana. Universidad de Antioquia.
- Downs, F. Geometría moderna. Addison Wesley, New York. 1966.
- Hemmerling, E.M. Geometría elemental. Editorial Limusa. México, 1983.
- Velasco, G. Tratado de Geometría. Editorial Limusa. 1^{ra} edición, México, 1983.
- Villegas de A, C et al. Notas de Geometría plana. Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 1991.

- Flory Francis G. Introducción al Álgebra Lineal.
-

Actualizado por: Jairo Eloy Castellanos Ramos

