

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**  
**FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

Página 1

APROBADO EN EL CONSEJO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ACTA DEL 13 DE ABRIL DE 2010
--

**PROGRAMAS DEL DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

El presente formato tiene la finalidad de unificar la presentación de los programas correspondientes a los cursos ofrecidos por el Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias y Naturales.

**CODIGO:** CNM-171

**NOMBRE DEL CURSO:** Geometría Vectorial

**REQUISITOS:** CNM-108 (álgebra y Trigonometría)

**DURACION DEL SEMESTRE:** 16 semanas

**NUMERO DE CREDITOS:** 4

<b>NOMBRE DE LA MATERIA</b>	Geometría Vectorial
<b>PROFESOR</b>	
<b>OFICINA</b>	
<b>HORARIO DE CLASE</b>	
<b>HORARIO DE ATENCION</b>	

**Nota 1:** La asistencia de los estudiantes a las actividades programadas son obligatoria en un 100%

**INFORMACION GENERAL**

<b>Código de la materia</b>	CNM-171
<b>Semestre</b>	2008- I, 2008-II, 2009 -I, 2009-II NIVEL II
<b>Área</b>	
<b>Horas teóricas semanales</b>	4
<b>Horas teóricas semestrales</b>	64

# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

### DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Página 2

<b>No. de Créditos</b>	4
<b>Horas de clase por semestre</b>	64
<b>Campo de formación</b>	Básico
<b>Validable</b>	Si
<b>Habilitable</b>	Si
<b>Clasificable</b>	Si
<b>Requisitos</b>	CNM-108
<b>Correquisitos</b>	Ninguno
<b>Programa a los cuales se ofrece la materia</b>	Química

#### INFORMACION COMPLEMENTARIA

<b>Propósito del curso:</b>	Enseñar a los alumnos las leyes básicas del cálculo vectorial y la geometría euclidiana y analítica en dimensiones 2 y 3, para su futuro uso en cursos mas avanzados.
<b>Justificación:</b>	Muchos de los problemas matemáticos, físicos y químicos, se basan en la comprensión de la geometría y propiedades sobre sus elementos, de allí su importancia en el estudio de esta disciplina.
<b>Objetivo General:</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Reafirmar en forma permanente la práctica determinación de diferentes lugares geométricos, enfatizando el análisis y desarrollo cartesiano.</li><li>• Analizar la estructura del espacio vectorial y sus propiedades características. Aplicar los conceptos expuestos a problemas de interés en el área de la Química, la Física y el Cálculo.</li><li>• Identificar algunos sistemas cuya estructura corresponde a la de un espacio vectorial.</li></ul>
<b>Objetivos Específicos:</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Identificar las diferentes figuras geométricas en el plano y en el espacio</li><li>2. Aplicar los diferentes criterios de congruencia, y semejanza de triángulos</li><li>3. Utilizar las propiedades de paralelismo</li></ol>

	<ol style="list-style-type: none"> <li>4. Determinar el área de las diferentes figuras en el plano</li> <li>5. Calcular áreas laterales, totales, y el volumen de diferentes sólidos</li> <li>6. Manejar adecuadamente los elementos del álgebra matricial y su aplicación en la solución de sistemas de ecuaciones lineales; identificando y resolviendo problemas de diversas disciplinas.</li> <li>7. Utilizar diferentes criterios para determinar la invertibilidad de una matriz cuadrada y los algoritmos que permiten su cálculo.</li> <li>8. Aplicar al vector geométrico y las operaciones definidas en torno a él, en la solución de problemas de la geometría, la física y el cálculo.</li> <li>9. Manejar el producto escalar y vectorial entre vectores.</li> <li>10. Conocer y utilizar reglas del producto mixto.</li> <li>11. Comprender los conceptos básicos en torno a la estructura de espacio vectorial.</li> <li>12. Identificar las ecuaciones de rectas y planos en el espacio.</li> <li>13. Determinar las intersecciones de rectas y planos</li> <li>14. Calcular la distancia de puntos, rectas y planos en el espacio,</li> </ol>
<p><b>Contenido resumido</b></p>	<p>Nociones elementales de Geometría:</p> <p>Triángulos, Rectas paralelas, Cuadriláteros, polígonos, circunferencia y Círculo, perímetros y áreas.</p> <p>Sólidos: prismas, pirámides, cilindros, conos, esferas.</p> <p>Vectores: operaciones con vectores</p> <p>Teoremas de colinealidad y paralelismo.</p>

	<p>Espacios Vectoriales:</p> <p>Conceptos básicos</p> <p>Generadores, conjuntos LI y LD, bases y dimensión.</p> <p>Lugares Geometricos:</p> <p>Recta en el plano, recta en el espacio, plano</p> <p>Ecuaciones vectorial, paramétricas, simétricas, cartesianas.</p> <p>Intersecciones, distancias.</p> <p>Producto escalar, producto vectorial y producto mixto</p>
--	--

**UNIDADES DETALLADAS**

**Unidad No. 1**

Tema(s) a desarrollar	Elementos de Geometría Euclidiana
<p><b>Subtemas</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nociones elementales de Geometría. Nociones de recta y semirecta. Noción de ángulo, ángulo recto, ángulos suplementarios. Medida de ángulos. Bisectriz de un ángulo. Medida de segmentos. Mediatriz de un segmento y sus propiedades. Segmentos y rectas notables en el triángulo. Casos de congruencias de triángulos. Ejercicios.</li> <li>• Rectas paralelas : Definición. Ángulos alternos internos. Ángulos correspondientes. Condición necesaria y suficiente para que dos ( 2 ) rectas sean paralelas. Suma de ángulos de un triángulo. Suma de ángulo en un polígono. Polígonos regulares. Definición y propiedades de los polígonos.</li> <li>• Paralelogramo : Definición. Condición necesaria</li> </ul>

	<p>y suficiente para que un cuadrilátero sea paralelogramo. Estudio de la geometría de los paralelogramos notables: Rectángulo, rombo, cuadrado, trapecio. Sistemas sólidos cristalinos: Formas geométricas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Teorema de Thales. Similitud de triángulos. Casos de semejanza de triángulos. Ley del coseno. Teorema de Pitágoras. La circunferencia. Ángulos inscritos en una circunferencia y su medida.</li> <li>• Área de figuras planas. Área del paralelogramo, triángulo, rectángulo, rombo y trapecio. Área de un polígono regular. Longitud de la circunferencia. El número <math>\pi</math>. Área del círculo, del sector circular y del segmento circular.</li> </ul> <p>Nociones de Geometría de rectas y planos en el espacio. Posiciones relativas de: dos rectas, recta y plano, dos planos, dos circunferencias en el plano.</p>
<p><b>No. de semanas que se le dedicarán a esta unidad</b></p>	<p>5</p>
<p><b>BIBLIOGRAFÍA BÁSICA correspondiente a esta unidad:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Texto guía:</b> Escobar, Jaime . Notas de Geometría Plana. Universidad de Antioquia.</li> </ul>	

Unidad No. 2

<p><b>Tema(s) a desarrollar</b></p>	<p><b>Concepto De Vector Libre. Aplicaciones Geométricas y Físicas.</b></p>
<p><b>Subtemas</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vector libre. Notación. Características. Igualdad. Suma de vectores libres.</li> <li>• Observaciones: <math> \vec{a} + \vec{b}  \leq  \vec{a}  +  \vec{b} </math>. Propiedades de la suma. Diferencia. Producto de un real por un vector libre.</li> <li>• Propiedades del producto. Teorema de la proporción. Teorema de la base. Criterio de paralelismo. Criterio de colinealidad. Aplicaciones geométricas generales.</li> <li>• Problemas de aplicación a la Química y la Física. Velocidad. Fuerzas coplanarias. Descomposición de una fuerza en componentes rectangulares.</li> </ul>

No. de semanas que se le dedicarán a esta unidad	2 y media
<b>BIBLIOGRAFÍA BÁSICA BIBLIOGRAFÍA BÁSICA correspondiente a esta unidad:</b> Texto guía <ul style="list-style-type: none"> <li>Jaramillo, Alberto. Geometría vectorial y analítica. Universidad de Antioquia</li> </ul>	

Unidad No. 3

Tema(s) a desarrollar	<b>Espacios Vectoriales</b>
Subtemas	<ul style="list-style-type: none"> <li>Noción del espacio Vectorial. Ilustraciones: <math>\langle E^3, R \rangle</math>, <math>\langle R^n, R \rangle</math>, <math>\langle R_{m \times n}, R \rangle</math>, <math>\langle K, K \rangle</math> (K campo); <math>\langle R, R \rangle</math></li> <li>Espacios de funciones. <math>\langle P_n [k], R \rangle</math> (<math>P_n [k]</math>: funciones polinómicas de grado menor o igual a n). Consecuencias derivadas.</li> <li>Noción de combinación lineal. Ilustraciones. Noción de subespacio vectorial. Teoremas. Subespacio generado. Ilustraciones: <math>\langle E^1, R \rangle</math>, <math>\langle E^2, R \rangle</math> y otros. Suma de subespacios.</li> <li>Dependencia e Independencia lineal. Ilustraciones. Consecuencias, teoremas.</li> <li>Base y dimensión de un espacio vectorial. Ilustración. Consecuencias.</li> <li>Teoremas relacionados con la base y la dimensión. Problemas generales.</li> </ul>
No. de semanas que se le dedicarán a esta unidad	3
<b>BIBLIOGRAFÍA BÁSICA correspondiente a esta unidad:</b> Texto guía <ul style="list-style-type: none"> <li>Jaramillo, Alberto. Geometría vectorial y analítica. Universidad de Antioquia</li> </ul>	

Unidad No. 4

<b>Tema(s) a desarrollar</b>	<b>Correspondencia entre Vectores y Puntos. Cambio de base.</b>
<b>Subtemas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Componentes de un vector en una base. Magnitud de un vector coordenado. Vector unitario. Vectores ortogonales, vectores ortonormales. Isomorfismo entre <math>\langle E^3, \mathbb{R} \rangle</math> y <math>\langle \mathbb{R}^3, \mathbb{R} \rangle</math>. Consecuencias.</li> <li>Ecuaciones de cambio de base. Matriz del cambio de base. Ecuación matricial. Aplicaciones. Matriz de rotación.</li> </ul>
<b>No. de semanas que se le dedicarán a esta unidad</b>	1 y media
<b>BIBLIOGRAFÍA BÁSICA correspondiente a esta unidad:</b> <b>Texto guía:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Jaramillo, Alberto. Geometría vectorial y analítica. Universidad de Antioquia</li> </ul>	

**Unidad No. 5**

<b>Tema(s) a desarrollar</b>	<b>Lugares Geométricos. Estudio de la Geometría Analítica por Métodos Vectoriales</b>
<b>Subtemas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sistemas de coordenadas en dos (2) y tres (3) dimensiones. Vector de posición. Operaciones. Correspondencia entre vectores de posición y puntos. Ecuaciones vectorial, paramétricas y simétricas de la recta en <math>\mathbb{R}^2</math> y <math>\mathbb{R}^3</math>.</li> <li>Ecuaciones vectorial y cartesiana de: superficie esférica, esfera, circunferencia, círculo. Propiedades generales.</li> <li>Producto escalar. Noción. Propiedades. Producto escalar en una base ortonormal. Aplicaciones: <math>\left  \vec{a} \right </math>. Distancia entre dos puntos. Ángulo entre dos (2) vectores. Criterio de ortogonalidad. Proyección ortogonal de un</li> </ul>

	<p>vector sobre otro.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cosenos directores de un vector coordinado. Ecuación de una recta normal a un vector. Ecuación de un plano normal a un vector. Ángulo entre dos rectas. Ángulo entre dos planos. Recta tangente a una circunferencia. Plano tangente a una esfera.</li> <li>• Cálculo de distancias: De un punto a una recta. De un punto a un plano. De una recta a recta (casos). Proyección ortogonal de un punto sobre una recta y de un punto sobre un plano. Simétrico de un punto respecto a una recta y respecto a un plano.</li> <li>• Ley del coseno, teorema de Pitágoras.</li> <li>• Problemas de aplicación general del producto escalar.</li> <li>• Producto vectorial. Noción, propiedades, producto vectorial en una base ortonormal. Aplicaciones: Área del paralelogramo. Área del triángulo. Criterio de paralelismo. Distancia de un punto a una recta. Superficie cilíndrica. Ley del seno.</li> <li>• Triple producto vectorial. Relación de Gibbs. Ilustraciones. Producto mixto. Propiedades. Producto mixto en una base ortonormal. Aplicaciones. Volumen del paralelepípedo y del tetraedro. Criterio de coplanariedad. Plano determinado por tres puntos no colineales.</li> <li>• Problemas de aplicación general. Producto vectorial y producto mixto.</li> </ul>
<p><b>No. de semanas que se le dedicarán a esta unidad</b></p>	<p>4 semanas</p>
<p><b>BIBLIOGRAFÍA BÁSICA correspondiente a esta unidad:</b>  <b>Texto guía</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Jaramillo, Alberto. Geometría vectorial y analítica. Universidad de Antioquia</li> </ul>	

**METODOLOGÍA a seguir en el desarrollo del curso:**



# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

### DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Página 9

- Exposición por parte del profesor.
- Estudio dirigido.
- Talleres de ejercicios.
- Sustentación oral y escrita de tareas y trabajos.
- Lecturas complementarias en textos y revistas.

EVALUACIÓN		
Actividad	Porcentaje	Fecha (día, mes, año) Sesiones de clases

**Actividades de asistencia obligatoria**

#### BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA por unidades:

<b>Unidad No.1</b>	Hemmerling, E.M. Geometría elemental. Editorial Limusa. México, 1983 Villegas de A, C et al. Notas de Geometría plana. Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 1991.
<b>Unidad No.2</b>	Uribe Calad, Julio Alberto. Geometría analítica y vectorial. Universidad Nacional sede Medellín, 4º edición
<b>Unidad No.3</b>	Uribe Calad, Julio Alberto. Geometría analítica y vectorial. Universidad Nacional sede Medellín, 4º edición  Florey Francis G. Introducción al Álgebra Lineal. Mejia, Clara. Algebra Lineal elemental. Universidad de Antioquia.
<b>Unidad No.4</b>	Uribe Calad, Julio Alberto. Geometría analítica y vectorial. Universidad Nacional sede Medellín, 4º edición
<b>Unidad</b>	Uribe Calad, Julio Alberto. Geometría analítica y vectorial. Universidad

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**  
**FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

Página 10

<b>No.5</b>	Nacional sede Medellin, 4º edición
-------------	------------------------------------

**BIBLIOGRAFÍA**

- Escobar, Jaime . Notas de Geometría Plana. Universidad de Antioquia.
- Downs, F. Geometría moderna. Addison Wesley, New York. 1966.
- Hemmerling, E.M. Geometría elemental. Editorial Limusa. México, 1983.
- Velasco, G. Tratado de Geometría. Editorial Limusa. 1<sup>ra</sup> edición, México, 1983.
- Mejia, Clara. Algebra Lineal elemental. Universidad de Antioquia.
- Villegas de A, C et al. Notas de Geometría plana. Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 1991.
- Florey Francis G. Introducción al Álgebra Lineal.
- Uribe Calad, Julio Alberto. Geometría analítica y vectorial. Universidad Nacional sede Medellin, 4º edición.
- Jaramillo, Alberto. Geometría vectorial y analítica. Universidad de Antioquia