
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
PREGRADO EN MATEMÁTICAS

Código: CNM-305

Nombre : Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Prerrequisitos: CNM 295, CNM 240

Correquisitos: CNF 265

Duración del semestre: 16 semanas

Intensidad semanal: 4 horas

Campo de formación: Básico

Programa a los cuales se ofrece: Matemáticas y Física

1. Objetivos

Objetivos Generales

- Plantear y resolver ecuaciones diferenciales que sirvan de modelo a problemas de la mecánica, la física, la biología las matemáticas y otras ramas de las ciencias.
- Resolver ecuaciones diferenciales de primer orden.
- Resolver ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden.
- Resolver ecuaciones diferenciales lineales de orden n con coeficientes constantes.
- Comprender las relaciones entre las ecuaciones diferenciales ordinarias y los modelos que representan y obtener conclusiones a partir de las soluciones de las ecuaciones diferenciales planteadas.
- Emplear la técnica de series de potencias para resolver ecuaciones diferenciales lineales de 1° y 2° orden con coeficientes variables.
- Utilizar la transformada de Laplace para dar solución a problemas de valores iniciales y aplicarlos a ecuaciones diferenciales con términos discontinuos
- Conocer la estructura del conjunto de soluciones de sistemas diferenciales lineales.
- Resolver sistemas lineales con coeficientes constantes.
- Conocer las propiedades importantes de sistemas autónomos.
- Reconocer los tipos de equilibrio de un sistema lineal homogéneo con coeficientes constantes de dimensión dos.
- Determinar la estabilidad de sistemas lineales con coeficientes constantes.

Específicos

- Que el estudiante se apropie de los conceptos básicos para el estudio de las ecuaciones diferenciales.
- Que el estudiante comprenda lo que significa una ecuación diferencial de primer orden y si tiene solución, cómo encontrarla.
- Que el estudiante construya la ecuación diferencial de un modelo matemático, biológico o físico.
- Que el estudiante asimile la teoría necesaria para el estudio de las ecuaciones diferenciales lineales de orden n , que aprenda a encontrar el espacio solución de una

ecuación diferencial lineal homogénea de coeficientes constantes y algunas de coeficientes variables.

- Que el estudiante aprenda a resolver ecuaciones diferenciales lineales no homogéneas; aplicar a problemas de vibraciones. Que aprenda el manejo de la teoría de operadores.
- Que el estudiante comprenda el manejo de modelos matemáticos que resultan de planteamientos prácticos de física, biología, mezclas físicas, geométricos, sistemas oscilatorios y sus análogos y fenómenos de resonancia, desintegración radioactiva, dinámica de poblaciones, etc.
- Que el estudiante maneje algunas funciones especiales, como son transformadas integrales, la transformada de Laplace, la función Gamma de Euler y convolución de funciones.
- Que el estudiante se forme una capacidad analítica, mediante discusiones y análisis de los modelos anteriores, utilizando los fundamentos de la física la biología y la matemática que se tienen a este nivel.

2. Contenido

Unidad 1: Ecuaciones diferenciales de primer orden. (1 clase)

- Motivación al estudio de las ecuaciones diferenciales.
- Ecuaciones diferenciales y sus soluciones, clasificación, orden, grado, tipos de solución y problemas de valores iniciales.
- Teorema de Existencia y Unicidad de los problemas de valores iniciales.

Unidad 2: Tipos de solución. (1 clase)

- Forma de la ecuación diferencial lineal de primer orden.
- Existencia y unicidad de la solución del problema de valores iniciales.
- Dependencia de los valores iniciales y de los parámetros.

Unidad 3: Métodos de solución. (3 clases)

- Método de solución de la ecuación diferencial lineal de primer orden.
- Ecuación de Bernoulli. Ecuación en variables separables.
- Ecuación homogénea.
- Definición de diferencial exacta, de ecuación diferencial exacta, teorema, método de solución. Factores integrantes. Ecuaciones diferenciales de primer orden y grado superior.
- Sustituciones varias.

Unidad 4: Aplicaciones de las ecuaciones diferenciales de primer orden. (4 clases)

- Problemas de dilución, vaciado de tanques, trayectorias ortogonales y aplicaciones geométricas, crecimiento y decrecimiento exponencial, problemas de persecución.

- Aplicaciones a la física en campos gravitacionales con masa constante y masa variable, con y sin resistencia del medio.

Unidad 5: Ecuaciones diferenciales lineales de orden n .
(1 clase)

- Dimensión del espacio vectorial solución de una ecuación diferencial lineal homogénea, soluciones linealmente independientes, Wronskiano.

Unidad 6: Ecuaciones diferenciales lineales homogéneas de coeficientes constantes.
(2 clases)

- Solución de la ecuación diferencial lineal homogénea de 2° orden, con coeficientes constantes, con raíces reales diferentes, iguales y complejos.
- Solución de la ecuación diferencial homogénea lineal de orden n y coeficientes constantes.

Unidad 7: Ecuaciones diferenciales lineales no homogéneas de 2° orden y orden n .
(3 clases)

Hallar soluciones particulares por

- Método de variación de parámetros.
- Método de los coeficientes indeterminados.
- Método del anulador
- Método de operadores inversos (opcional)

Unidad 8: Aplicaciones de las ecuaciones diferenciales lineales no homogéneas.
(3 clases)

- Vibraciones en sistemas mecánicos, vibraciones mecánicas libres, amortiguadas y forzadas. Ecuación de Euler-Cauchy.

Unidad 9: Solución por series.
(3 clases)

- Punto ordinario y solución en punto ordinario.
- Punto singular y solución en punto singular.

Unidad 10: Transformada de Laplace.
(4 clases)

- Definición de transformada de Laplace, existencia de la misma, existencia de la transformada inversa, cálculo de transformadas de traslación: 1° y 2° teoremas.
- Teorema de la integral y de convolución, teorema de la derivada de una transformada y transformada de una derivada. Aplicaciones.

Unidad 11: Sistemas de ecuaciones diferenciales.
(3 clases)

- Matrices, independencia lineal, valores y vectores propios, definición de sistemas.

- Sistemas lineales homogéneos con coeficientes constantes.
- Sistema fundamental, matriz fundamental, matriz exponencial.
- Reducción de una ecuación diferencial lineal de orden n a un sistema de n ecuaciones de primer orden, ejemplos de aplicación con valores propios reales, reales iguales y complejos.
- Variación de parámetros.

Unidad 12: Sistemas autónomos, estabilidad.
(3 clases)

- Propiedades de sistemas autónomos, unicidad de trayectorias en el espacio de fase.
- El concepto de una integral primera, teorema. Aplicaciones: el péndulo, el sistema Lotka-Volterra.
- Clasificación de equilibrios de sistemas lineales homogéneos con coeficientes constantes de dimensión dos (2) : nodo, ensilladura, centro, punto espiral.
- Estabilidad de una solución en el sentido de Liapunov y estabilidad asintótica.
- Estabilidad de un sistema lineal con coeficientes constantes. Aplicaciones.
- Modelos con sistemas autónomos

3. Metodología

Clase magistral.
Taller.

4. Forma de Evaluación

Por definir por el profesor del curso

5. Bibliografía

Texto Guía:

- Simmons, George. Ecuaciones diferenciales con aplicaciones y notas históricas. 2da edición, 1991. McGraw Hill.
- Spiegel - Murray R. Transformada de Laplace. McGraw Hill.
- Edwards, C. H. Jr. ; Penny, D.E. Ecuaciones diferenciales elementales. Prentice Hall Hispanoamericana.
- Zill D. G., Cullen M. R., Ecuaciones con problemas de valores de frontera (5ta. Edición), International Thompson Editores, México, 2002
- Hirsch, M. y Smale, S. *Differential Equations Dynamical Systems And Linear Algebra*. USA. Academic Press. 1974.
- W.E. Boyce y R.C.B Prima, Elementary Differential Equations and Boundary value problems, 3a.ed., Ed. Wiley, 1977.
- Hale J, Koçac. Dynamics and Bifurcations. Springer-Verlag New York 1991.
- Rouche, N.;awhin, J: Ordinary differential equations, stability and periodic solutions I. II., Pitman, Boston- London, 1988.
- Fernández Perez, C. Ecuaciones Diferenciales y en Diferencias. Sistemas Dinámicos. Thomson 2003.