
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
PREGRADO EN MATEMÁTICAS

Código: CNM - 506

Nombre: Lógica II.

Prerrequisitos: CNM - 503

Duración del semestre: 16 semanas

Intensidad semanal: 4 horas teóricas

Número de créditos: 4

Campo de formación: Profesional.

Programa a los cuales se ofrece: Matemáticas.

Este curso es habilitable y validable.

1. Objetivos

1.1. Generales

- Estudiar detalladamente la noción de algoritmo (Máquina de Turing) y suministrar evidencia variada en apoyo de la llamada “Tesis de Turing-Church”.
- Estudiar detalladamente los conjuntos recursivos y recursivamente enumerables, así también como la jerarquía aritmética.
- Dar una revisión a la lógica de primer orden y enfatizar los teoremas de incompletez y de compacidad.
- Estudiar detalladamente la noción de indecidibilidad y sus aplicaciones a la aritmética de Peano.

1.2. Específicos

- Discutir en detalle las nociones más importantes de “algoritmo”, esto es, Máquinas de Turing, Funciones recursivas, Algoritmos de Markov, etc., y mostrar que estas nociones son todas equivalentes. Este es el apoyo clásico que se ofrece a favor de la tesis de Turing-Church.
- Usar la tesis de Church para exhibir problemas indecidibles y lenguajes no recursivos así como introducir la noción de Reducción de Turing y generar la llamada Lowenheim-Skolem y el Teorema de Compacidad.
- Hacer un estudio detallado de la noción de Indecidibilidad y de verdad aritmética. También estudiamos la decidibilidad de algunas teorías clásicas (por ejemplo la aritmética sin multiplicación) y se introducen también métodos clásicos como la eliminación de cuantificadores.

2. Contenido resumido del programa

Noción general de algoritmo. Máquinas de Turing y sus representaciones. Problemas decidibles e indecidibles. Conjuntos recursivamente enumerables. Jerarquía aritmética. Indecidibilidad de la lógica de primer orden. Teoremas de Incompletez de Gödel (prueba detallada). Nociones de lógica de segundo orden. Decidibilidad e indecidibilidad de algunas teorías clásicas. Ilustración de los métodos anteriores (construcción de chaitin de una sentencia indecidible).

3. Contenido detallado

3.1. Unidad 1: Computabilidad efectiva.

Duración: 20 horas.

- 3.1.1 Algoritmos de máquinas de Turing.
- 3.1.2 Funciones parcialmente recursivas.
- 3.1.3 Problemas insolubles.
- 3.1.4 La jerarquía aritmética.
- 3.1.5 Conjuntos recursivamente enumerables.
- 3.1.6 Otras nociones de computabilidad efectiva.
- 3.1.7 Problemas de decisión.
- 3.1.8 Ejercicios.

3.2. Unidad 2: Teorías de primer orden (revisión).

Duración: 20 horas.

- 3.2.1 Revisión de la lógica de primer orden.
- 3.2.2 Indecidibilidad de la lógica de primer orden.
- 3.2.3 Completez y Compacidad.
- 3.2.4 Representabilidad de \mathbb{Q} y predicados de Probabilidad.
- 3.2.5 Teoremas de incomplez de Gödel (detallados).
- 3.2.6 Modelos no Standard de la Aritmética.
- 3.2.7 Lógica de segundo orden.
- 3.2.8 Aplicaciones y ejemplos.

3.3. Unidad 3: Indecidibilidad.

Duración: 20 horas.

- 3.3.1 Definición de verdad aritmética.
- 3.3.2 Definibilidad en la aritmética y Forcing.
- 3.3.3 Decidibilidad de la aritmética con adición.
- 3.3.4 La lógica diádica es indecidible.
- 3.3.5 Lógica monádica vs lógica diádica.
- 3.3.6 Sentencias indecidibles.
- 3.3.7 Ejercicios.

4. Metodología

- Exposición del profesor en clase.
- Ejercicios para realizar fuera de clase con asesoría y evaluación por parte del profesor.
- Estudio dirigido de algunos temas, con sustentación en clase.
- Talleres.

5. Forma de evaluación

Tareas, 40%.

Dos exámenes parciales de 30% cada uno.

6. Bibliografía

Bolos, George and Jeffrey, Richard C. Computability and Logic, 3rd Edición. Cambridge University Press, 1989.

Cutland, N. Comptability. Cambridge University Press, 1980.

Mendelson Wadsworth, Elliot. Introduccion to Mathematical Logic, 3rd Edition, 1987.

Shoenfield, J. Mathemarical Logic. Addison-Wesley, 1967.

