
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
ÁREA DE PREGRADO EN MATEMÁTICAS

Código: CNM-520

Nombre: Funciones de variable compleja

Prerrequisito: CNM-450

Duración del semestre: 16 semanas

Intensidad semanal: 4 horas

Número de créditos: 4

Campo de formación: Profesional

Tipo de curso: Teórico

Este curso es validable y habilitable.

1. Objetivos

Objetivos generales

- Entrar en contacto con los métodos del análisis complejo, familiarizándose con algunas de sus técnicas.
- Resaltar la importancia de la clase de funciones analíticas, haciendo un estudio detallado de sus principales propiedades y aplicaciones.

Objetivo específico

Estudio de las funciones elementales, la derivada, la integración, las funciones analíticas y las series.

2. Contenido

Unidad 1: Números complejos

- Definición.
- Propiedades Algebraicas. Ejemplos.
- Interpretación geométrica.
- Desigualdad triangular. Ejemplos.
- Forma polar.
- Forma exponencial.
- Potencias y raíces. Ejemplos. Teorema de De Moivre.
- Topología del plano complejo- Conjuntos abiertos y cerrados.
- Teorema de Bolzano-Weiesstrass y Heine-Borel

Unidad 2: Funciones analíticas

- Funciones de variable compleja.
- Aplicaciones
- Límites.
- Teoremas sobre límites.
- Límites y punto en el infinito.
- Continuidad.

- Derivadas.
- Fórmulas de derivación.
- Ecuaciones de Cauchy-Riemann.
- Condiciones suficientes.
- Coordenadas polares.
- Funciones analíticas.
- Funciones armónicas.

Unidad 3: Funciones Elementales.

- La función exponencial.
- Otras propiedades de $\exp(z)$.
- Funciones trigonométricas.
- Funciones hiperbólicas.
- La función logaritmo y sus ramas.
- Otras propiedades de los logaritmos.
- Exponentes complejos.
- Funciones trigonométricas e hiperbólicas inversas.

Unidad 4: Integrales.

- Funciones complejas $w(t)$.
- Contornos.
- Integrales de contorno.
- Ejemplos.
- Teorema de Green
- Teorema de Cauchy
- Primitivas.
- Teorema de Cauchy-Goursat.
- Un lema preliminar.
- Demostración del teorema de Cauchy-Goursat.
- Dominios simplemente conexos y múltiplemente conexos.
- Fórmula integral de Cauchy.
- Derivadas de funciones analíticas.
- Teorema de Morera.
- Módulos máximos de funciones.
- Teorema de Liouville y teorema fundamental del álgebra.

Unidad 5: Series.

- Convergencia de sucesiones y series.
- Convergencia absoluta y uniforme de series de potencias.
- Series de Taylor.
- Ejemplos.
- Series Laurent.
- Ejemplos.

Unidad 6: Residuos y Polos.

- Residuos.
- Teorema de los residuos.
- Parte principal de una función.
- Residuos en los polos.
- Ceros y polos de orden m .
- Cálculo de integrales reales impropios.
- Integrales impropias en las que aparecen senos y cosenos.
- Integrales definidas en las que aparecen senos y cosenos.
- Integración a lo largo de un corte de ramificación.
- Residuos logarítmicos y teorema de Rouché.

Unidad 7: Transformaciones por Funciones Elementales.

- Funciones lineales.
- La función $1/z$.
- Transformaciones racionales lineales.
- Transformaciones del semiplano superior.
- La transformación $w = \exp(z)$ y los logaritmos.
- La transformación $w = \sin z$.
- La función z^2 .
- La función $z^{1/2}$.

3. Metodología

Exposición del curso por parte del profesor.

Realización periódica de clases-taller, en las cuales de manera conjunta se resolverá distintos tipos de ejercicios, con el fin de consolidar el material teórico.

4. Evaluación

La acordada con el profesor del Curso

5. Bibliografía.

Mathews, John. Complex analysis : for Mathematics and Engineering.

Ahlfors, L.V. Análisis variable compleja (Introducción a la teoría de funciones analíticas de una variable compleja). Editorial Aguilar. 1996.

Churchill, R.V. Teoría de funciones de variable compleja. Mc-Graw Hill, quinta edición, 1994.

Derrick, William R. Introductory to complex Analysis and applications. Academic Press. 1972.

Markushevich A. Teoría de las funciones analíticas. Editorial Mir Moscú, 1970.

Nieto, José I. Funciones de variable compleja. Monografías de la O.E.A. Serie Matemática No. 8, 1968.

Goodstein, R.L. Complex Functions, Mc-Graw Hill, 1965.

Ash, Robert B. Complex Variables, Academic Press, 1971.

Churchill R. V y Brown J. W. Variable Compleja y Aplicaciones. Mc-Graw Hill, 1992.

Actualizado por: Leonardo Solanilla

