Universidad de Antioquia
1803

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
INSTITUTO DE MATEMÀTICAS

APROBADO CONSEJO DE FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES			
ACTA	11	DEL	18 de marzo de 2015
VERSIÓN		1	

FORMATO DE MICROCURRICULO O PLAN DE ASIGNATURA

1. IDENTIFICACIÓN GENERAL

Facultad	Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Instituto	Matemáticas
Programa(s) Académico(s)	Matemática
Área Académica	Matemáticas
Ciclo: Fundamentación	**Tipo de curso:** Básico
Responsables del diseño del plan de asignatura	Juan Carlos Agudelo Agudelo (jagudelo@matematicas.udea.edu.co)

Asistencia: Obligatoria

2. IDENTIFICACION ESPECIFICA

Nombre de la asignatura: Lógica y Conjuntos

Código	0303159						
Semestre en el plan de formación: II						**N° de créditos:**5	
Intensidad horaria semanal		**HDD**	6	**HDA**	0	**HTI**	9
Semanas semestre	16			**Semestre**		2015-1	
Teórico	X	**Práctico**		**Teórico-Práctico**			
H (habilitable)		Si	**V (Validable)**	Si		**C (Clasificable)**	No

Prerrequisitos: Fundamentos de Matemáticas (0303117)

Correquisitos: Ninguno

Sede en la que se dicta la asignatura: Ciudad Universitaria-Medellín y regiones donde se ofrece el programa de Matemáticas en la versión actualizada a partir de 2014.

3. DATOS DE LOS PROFESORES QUE OFRECEN EL CURSO

Nombres y Apellidos	Correo Electrónico
Juan Carlos Agudelo Agudelo	jagudelo@matematicas.udea.edu.co

4. DESCRIPCION

En este curso se estudia la lógica proposicional y de predicados clásica, haciendo diferencia entre semántica y sintaxis, y enunciando los teoremas de validez y completitud. Se justifica la validez y se pone en práctica varios métodos de demonstración. Una vez estudiados estos sistemas lógicos, se estudian los elementos básicos de la teoría axiomática de conjuntos de Zermelo-Fraenkel (ZF), cimentando las bases para la formalización de diversas teorías matemáticas dentro ZF.

5. JUSTIFICACIÓN

Este curso busca crear habilidades para redactar pruebas matemáticas rigurosas y para reconocer falacias en argumentos matemáticos incorrectos, estas características son esenciales en la formación de un matemático. Además, introduce las estructuras lógicas y los conceptos básicos de la teoría conjuntos, elementos sobre las cuales se fundamenta prácticamente cualquier teoría matemática.

6. OBJETIVOS

Objetivo general:

Desarrollar capacidades para la formalización de teorías matemáticas y para la construcción y análisis de pruebas matemáticas rigurosas, tomando como bases la lógica de predicados de primer orden (clásica) y la teoría axiomática de conjuntos ZF.

Objetivos específicos:

- *Objetivos conceptuales*
  - Comprender el cálculo proposicional y de predicados clásico, y justificar la validez de diversos métodos de demostración.
  - Diferenciar y establecer relaciones entre semántica y sintaxis en los cálculos proposicional y de predicados clásicos.
  - Comprender la teoría axiomática de conjuntos ZF.
  - Formalizar algunos conceptos matemáticos básicos dentro de ZF.
  - Mostrar, a través de la formalización de la aritmética en ZF, como diversas teorías matemáticas pueden ser formalizadas en términos de nociones básicas de conjuntos.
  - Comprender los conceptos de cardinalidad y equipontencia.
  - Conocer algunas formas y consecuencias del axioma de elección y su uso en las matemáticas.

- *Objetivos procedimentales*
  - Desarrollar habilidades para construir teorías axiomáticas y realizar demostraciones rigurosas en matemáticas, usando el lenguaje y los métodos de la lógica de predicados clásica; diferenciando claramente las premisas, las conclusiones y las reglas de inferencia.
  - Entender como diversas teorías matemáticas pueden ser formalizadas dentro de la teoría axiomática de conjuntos ZF, y tener la capacidad de analizar la validez de las demostraciones y de construir nuevas demostraciones dentro de esta teoría.

- *Objetivos actitudinales*
  - *Comprender y valorar la importancia del uso de métodos formales en la fundamentación de teorías matemáticas.*
  - *Adoptar un mayor rigor en la construcción de demostraciones matemáticas. Fomentar una visión crítica sobre las demostraciones matemáticas; es decir, fomentar la disposición a analizarlas y determinar si son válidas o no.*

7. CONTENIDOS

CONTENIDOS CONCEPTUALES Y PROCEDIMENTALES:

Unidad 1: : Lógica proposicional y de predicados clásica (22 horas)

Contenidos conceptuales:

Lógica proposicional clásica (formas sentenciales y tautologías, axiomas y reglas de inferencia del cálculo proposicional, demostración de algunas leyes lógicas, métodos de demostración y teoremas de validez y completitud). Lógica de predicados de primer orden clásica (cuantificadores, axiomas, reglas de inferencia, métodos de demostración del cálculo de predicados, axiomas para la igualdad y el principio de sustitución).

Contenidos procedimentales:

Elaboración de deducciones lógicas usando la lógica proposicional y la lógica de predicados clásica, y los diversos métodos de demostración validos en estos sistemas.

Identificación de errores comunes en la construcción de deducciones formales. Identificación de premisas, uso de axiomas, reglas de inferencia y métodos de deducción.

Bibliografía básica:

- Mejía, Diego. *Introducción a la lógica Matemática (notas de clase).* Medellín, (2009).
- Mendelson, E. *Introduction to Mathematical Logic.* Addisson Wesley, 4ª edición, New York, (1997).

Unidad 2: Elementos iniciales de ZF (16 horas)

Contenidos conceptuales:

Axiomas de ZF (extensionalidad, comprensión, pares, unión y partes). Álgebra de conjuntos. Uniones e intersecciones generalizadas. Pares ordenados y productos cartesianos. Relaciones. Relaciones inversas y compuestas. Funciones. Tipos de funciones y operaciones entre ellas. Imágenes directa e inversa de relaciones y funciones.

Contenidos procedimentales:

- Análisis de las paradojas que dieron lugar a la teoría axiomática de conjuntos.
- Comprensión de la necesidad de formalizar la teoría de conjuntos y de la relevancia de cada axioma.
- Formalización de los conceptos y operaciones básicas de conjuntos en ZF, y deducción formal de algunas de sus propiedades.
- Formalización de algunos conceptos matemáticos fundamentales (pares ordenados, relaciones y funciones) en ZF y deducción formal de propiedades de estos conceptos.
- Presentación de ejemplos y contraejemplos para ilustrar los conceptos formalizados.

Bibliografía básica
:

- Mejía, Diego. Introducción a la lógica Matemática (notas de clase). Medellín, (2009).
- Enderton, H. Elements of Set Theory, Academic Press, New York, (1977).
- Pinter, Ch. Set theory. Addisson Wesley, (1971).
- Hrbacek, K. y Jech, T. Introduction to Set Theory. Marcel & Dekker (1999).

Unidad 3: Relaciones de equivalencia y de orden (16 horas)

Contenidos conceptuales:

Relaciones de equivalencia y particiones. Órdenes parciales y elementos destacados (maximales, minimales, cotas, supremo, ínfimo, máximo y mínimo). Órdenes lineales y buenos órdenes. Funciones crecientes e isomorfismos.

Contenidos procedimentales:

Formalización de los conceptos de relación de equivalencia, partición, orden (parcial, lineal y buen orden) en ZF, y deducción formal de algunas de sus propiedades.
Presentación de ejemplos y contraejemplos para ilustrar los conceptos formalizados

Bibliografía básica:

- *Mejía, Diego. Introducción a la lógica Matemática (notas de clase). Medellín, (2009).*

- *Enderton, H. Elements of Set Theory, Academic Press, New York, (1977).*
- *Pinter, Ch. Set theory. Addisson Wesley, (1971).*
- *Hrbacek, K. y Jech, T. Introduction to Set Theory. Marcel & Dekker (1999).*

Unidad 4: Axiomatización de la aritmética en ZF (20 horas)

Contenidos conceptuales:

Axioma del Infinito y definición de los números naturales en ZF. Deducción de axiomas de Peano. Buen orden de los números naturales. Principio de inducción. Teorema de la Recursión. Definición de las operaciones aritméticas en los números naturales.

Contenidos procedimentales:

Formalización de los números naturales en ZF y deducción formal de varias propiedades de los números naturales.
Identificación y deducción de las propiedades de la relación de orden en los naturales.
Uso del teorema de recursión para generar sucesiones de manera iterativa y para definir formalmente las operaciones aritméticas en los naturales.
Realización de demostraciones usando el principio de inducción

Bibliografía básica:

- Mejía, Diego. *Introducción a la lógica Matemática (notas de clase).* Medellín, (2009).
- Enderton, H. *Elements of Set Theory*, Academic Press, New York, (1977).
- Pinter, Ch. *Set theory.* Addisson Wesley, (1971).
- Hrbacek, K. y Jech, T. *Introduction to Set Theory.* Marcel & Dekker (1999).

Unidad 5: Cardinalidad y el axioma de elección (22 horas)

Contenidos conceptuales:

Relación de equipotencia. Conjuntos finitos y el Principio del Palomar. Cardinales infinitos. Teoremas de Cantor. Aritmética de cardinales. Desigualdades entre cardinales. Teorema de Cantor-Schroeder-Bernstein. Conjuntos contables y no contables. Axioma de elección y algunos principios equivalentes.

Contenidos procedimentales:

Formalización de las nociones de equipontencia, conjunto finito y conjunto infinito en ZF y demostración de algunas de sus propiedades.
Ejemplos de conjuntos con diferentes cardinalidades y demostración de relaciones de equipotencia.
Demostración de equivalencia de diferentes versiones del axioma de elección y demostración de algunas de sus consecuencias.

Bibliografía básica:

- Mejía, Diego. *Introducción a la lógica Matemática (notas de clase).* Medellín, (2009).
- Enderton, H. *Elements of Set Theory*, Academic Press, New York, (1977).
- Pinter, Ch. *Set theory.* Addisson Wesley, (1971).
- Hrbacek, K. y Jech, T. *Introduction to Set Theory.* Marcel & Dekker (1999).

CONTENIDOS ACTITUDINALES:

- Capacidad de abstracción y formalización de conceptos matemáticos.
- Adquisición de confianza y rigor en la elaboración de demostraciones matemáticas.
- Capacidad para entender conceptos matemáticos en términos conjuntistas.

8. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

La asignatura tiene una intensidad de 15 horas semanales de trabajo distribuidas de la siguiente manera:

- Seis horas semanales (presenciales) de docencia directa, que implica asistencia a clases teórico-prácticas de dos horas, dentro de las cuales por lo menos dos horas se dedicarán a talleres en los que los estudiantes deben poner en práctica los conceptos teóricos.
- Dos horas semanales de docencia asistida, en la que se refuerzan los contenidos en un trabajo personalizado individual o grupal.
- Siete horas semanales de trabajo independiente: individual, grupal o con apoyo de monitores y asistentes de docencia.

Los contenidos conceptuales estarán siempre acompañados de ejemplos ilustrativos, que permitan al estudiante comprender mejor los conceptos.

9. EVALUACIÓN

Se propone el siguiente sistema de evaluación:

1. Cuatro parciales del 20 % cada uno (las unidades 2 y 3 se evaluarán en un mismo parcial, las otras unidades se evaluarán en parciales independientes). Estos parciales tendrán como propósito evaluar los contenidos conceptuales y procedimentales.
2. Un seguimiento del 20%, que consistente en la entrega de ejercicios realizados en las clases de taller, pruebas cortas y trabajos escritos, bajo criterio del profesor del curso.

10. BIBLIOGRAFÍA

- Mejía, Diego. *Introducción a la lógica Matemática (notas de clase).* Medellín, (2009).
- Mendelson, E. *Introduction to Mathematical Logic.* Addisson Wesley, 4ª edición, New York, (1997).
- Mejía, Diego. *Teoría de conjuntos (notas de clase).* Medellín, (2010).
- Enderton, H. *Elements of Set Theory*, Academic Press, New York, (1977).
- Pinter, Ch. *Set theory*. Addisson Wesley, (1971).
- Hrbacek y Jech. *Introduction to Set Theory.* Marcel & Dekker (1999).

OSCAR A. CORREA A.

VoBo Coordinador de Pregrado

VoBo Director de Instituto

Aprobado por el Decano y Presidente del Consejo de Facultad