

CURSOS DE SERVICIOS PARA LA FACULTAD DE INGENIERIA

CODIGO: IMS 120 ó INM 171
NOMBRE DEL CURSO: GEOMETRÍA VECTORIAL Y ANALÍTICA
REQUISITOS:
DURACION DEL SEMESTRE: 16 SEMANAS
NUMERO DE CREDITOS: 4

CARACTERIZACIÓN

Es un curso del plan de estudios de ingeniería, del ciclo básico, clasificable, validable y habilitable.

OBJETIVOS

OBJETIVOS GENERALES PARA LOS CURSOS DE MATEMÁTICA EN INGENIERÍA

Contribuir al desarrollo del intelecto y de la capacidad analítica del estudiante, potenciando facultades cognitivas de orden superior y la abstracción.
Facilitar su comprensión de las leyes de la naturaleza y de los conceptos fundamentales en los que se basan los métodos para el análisis y el diseño de sistemas de ingeniería.
Formar en las reglas de la demostración o refutación rigurosa y de la explicación válida.
Establecer un lenguaje común, básico, para comunicarse con otros profesionales y para adelantar estudios e investigaciones avanzadas.

OBJETIVO ESPECÍFICO DEL CURSO

2.2.1 introducir al estudiante en el manejo de los algoritmos de reducción de Gauss y Gauss- Jordan. en sistemas de ecuaciones de orden 2×2 y 3×3 , permitiéndole identificar los tipos de solución y su interpretación gráfica, para posteriormente garantizar una mejor comprensión de su generalización.

2.2.2. Presentar un conjunto fundamental \mathbb{R}^n , con sus operaciones como un modelo que se relaciona estructuralmente con todos los demás conjuntos que se estudiarán en el curso.

2.2.3. Estudiar el conjunto de las matrices de componentes reales $R_{(m \times n)}$ destacando tres aspectos fundamentales así:

- El primero corresponde a la estructura de este conjunto como un espacio vectorial, con sus aplicaciones y propiedades características que lo convierten, en si mismo, en un objeto de estudio de las matemáticas.

- El segundo obedece a identificar en el álgebra matricial una herramienta vital para la fundamentación de los primeros algoritmos de amplia aplicación en áreas diferentes de las matemáticas.
- El tercero tiene que ver con la importancia que el álgebra matricial cobra en el planteamiento y solución de problemas en las diferentes ramas de la Ingeniería y que adquiere mayor vigencia por constituirse en un lenguaje obligado de los programas y del software computacional, herramienta de primer orden para el ingeniero.

2.2.4. Analizar la función determinante en forma dinámica y ágil que permita la comprensión de sus propiedades y el cálculo de la misma, con una orientación que nos lleva a revisar dos problemas fundamentales abordados en el álgebra matricial los cuales son: la determinación del conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales y la determinación de la inversa multiplicativa de una matriz cuadrada (cuando esta existe), aportando nuevos elementos a su solución.

2.2.5. Introducir el vector geométrico caracterizándolo en su magnitud, dirección y sentido como un objeto matemático que sintetiza propiedades fundamentales del modelo axiomático Euclidiano y en consecuencia se convierte, desde las matemáticas, en una herramienta imprescindible para el estudio teórico como también, para la solución de problemas de relevancia en diferentes áreas de la ingeniería.

2.2.6.. Analizar las operaciones que involucran el vector geométrico (suma, diferencia, producto por un real, producto escalar y producto vectorial) con todas sus propiedades e interpretaciones geométricas.

2.2.7.. Establecer las correspondencias respectivas entre el vector geométrico y los vectores coordenados en una, dos o tres dimensiones, según el espacio de aplicación, facilitando así el tránsito entre el análisis geométrico vectorial y la geometría analítica propiamente dicha; destacando además las estructuras algebraicas comunes subyacentes (operaciones binarias, leyes de composición externa, grupos conmutativos). De esta manera se prepara en forma sistemática y natural; la noción de espacio vectorial que se estudiará con todo detalle en el curso de Álgebra Lineal.

2.2.8 . Utilizar el análisis vectorial en la solución de problemas de la geometría Euclidiana, cuando su aplicación sea más eficiente.

2.2.9 Aplicar el análisis vectorial en la solución de problemas de la geometría analítica, mostrando la variedad de los mismos y la sencillez de los procedimientos, en temas como: determinación de lugares geométricos (rectas, planos, superficies cilíndricas, esféricas, cónicas); cálculo de distancias (de un punto a una recta, de un punto a un plano, de una recta a otra); posiciones relativas de rectas y planos, proyecciones, cálculo de ángulos, cálculo de áreas y volúmenes, entre otros.

2.2.10. Aplicar el análisis vectorial en la solución de problemas relacionados con la física y en los cuales las situaciones que se generan, propician el análisis y la creatividad del estudiante constituyéndose en situaciones problemáticas integradoras. Los temas desarrollados corresponden a: Sistemas de fuerzas coplanares y concurrentes y velocidades relativas.

2.2.11. Estudiar las cónicas, bajo un enfoque cartesiano, aprovechando para su determinación, los elementos vectoriales trabajados; desarrollando un estudio analítico de sus ecuaciones y caracterizándolas como casos particulares de la ecuación general de segundo grado en dos variables.

2.2.12. . Presentar las propiedades ópticas de las cónicas y aplicarlas en la solución de situaciones prácticas que propicien la ampliación de los temas y el trabajo.

2.2.13. Plantear situaciones problemáticas integradas, en las cuales se utilizan el mayor número posible de elementos teóricos. Estas se pueden plantear desde un comienzo por etapas, integrando en forma secuencial los temas desarrollados.

2.2.14. Establecer los fundamentos y nexos requeridos con los proyectos de aula que tienen este curso como prerrequisito o correquisito; especialmente con el curso de Álgebra lineal y la secuencia de los cálculos.

METODOLOGIA

El curso se desarrollará mediante la exposición de los temas por parte del profesor, buscando una participación activa del estudiante. Se programará además talleres, con base en problemas seleccionados por el coordinador del curso y desarrollados por monitores.

EVALUACION

Esta se efectuará mediante 5 pruebas parciales de igual valor (20%) e individuales, con la siguiente distribución:

1. Evaluación: Incluye hasta la Sección 6
2. Evaluación: Incluye desde la Sección 7 hasta la 10
3. Evaluación: Incluye desde la Sección 11 hasta la 15
4. Evaluación: Incluye desde la Sección 16 hasta la 21
5. Evaluación: Incluye desde la Sección 22 hasta la 27

CONTENIDO RESUMIDO

Sistemas de ecuaciones lineales y álgebra matricial
La función determinante
Vectores geométricos
Vectores coordenados.

Álgebra vectorial.

Vectores de la física y aplicaciones de los vectores geométricos a la física.

Cónicas

CONTENIDO DETALLADO

Sección 1.

Sistemas de ecuaciones lineales 2×2 y 3×3 . Interpretación geométrica.

Sección 2.

Método de reducción de Gauss. Método de reducción de Gauss Jordan, aplicados a sistemas 2×2 y 3×3 .

Sección 3.

Definición de \mathbb{R}^n y operaciones en \mathbb{R}^n . Producto escalar entre n -tuplas. Ene tuplas ortogonales. Combinación lineal de n -tuplas. Matrices de orden $m \times n$. Igualdad de matrices. Algunos tipos de matrices: nula, identidad, triangular inferior, diagonal, escalar, fila y columna.

Sección 4. Operaciones en $\mathbb{R}_{m \times n}$. Propiedades de la suma, multiplicación por un escalar. Propiedades de la multiplicación por un escalar. Combinación lineal de matrices. Producto de matrices. Propiedades del producto entre matrices. Aplicaciones del producto matricial.

Sección 5. Matriz traspuesta. Propiedades. Matriz simétrica. Matriz antisimétrica. Propiedades. Sistema de ecuaciones lineales (SEL). Conjunto solución. Matriz escalonada. Matriz escalonada reducida. Ecuación matricial equivalente de un SEL (m, n) . Método de reducción de Gauss y de Gauss Jordan.

Sección 6. Tipos de solución de un S.E.L. Problemas de aplicación en diferentes modelos.

Sección 7 Matrices elementales. Propiedades. Matrices equivalentes. Inversa de una matriz cuadrada. Propiedades. Factorización de una matriz en términos de matrices elementales.

Sección 8. Algoritmos para el cálculo de la inversa.

Sección 9. Determinantes: definición, menores y cofactores; desarrollo por cofactores. Propiedades de los determinantes. Cálculo de un determinante utilizando sus propiedades.

Sección 10. Determinantes e inversa. Cálculo de la inversa por la adjunta. Regla de Cramer.

Sección 11. Vector geométrico, vector libre. Características (magnitud, dirección sentido). Igualdad. Vector opuesto. Suma de vectores geométricos. Propiedades de la suma. Desigualdad triangular. Producto por un escalar. Propiedades.

Sección 12. Primer criterio del paralelismo. Teorema de la proporción. Teorema de la Base. Criterio de Colinealidad.

Sección 13. Solución de problemas de la Geometría Euclidiana.

Sección 14. Vectores coordenados. Vectores unitarios, vectores ortogonales. Vectores ortonormales. Vectores de posición. Operaciones que involucran vectores de posición. Correspondencia entre vectores libres y coordenados. La recta: ecuaciones vectorial, paramétricas y simétricas de una recta en el espacio y en el plano cuando se tienen: un punto y un vector paralelo; o dos puntos.

Sección 15. El plano: ecuaciones vectorial, paramétricas y cartesiana de un plano cuando se tienen: un punto y dos vectores paralelos al plano (no paralelos entre sí), o tres puntos distintos y no colineales. Posiciones relativas e intersección de: dos rectas en el plano y en el espacio. Posiciones relativas e intersección de una recta y un plano en el espacio. Posiciones relativas e intersección de dos planos en el espacio.

Sección 16. Producto escalar entre dos vectores. Propiedades del producto escalar. Producto escalar en un sistema ortonormal. Aplicaciones: magnitud de un vector. Distancia entre dos puntos: ángulo entre dos vectores. Criterio de ortogonalidad. Proyección de un vector sobre otro. Ángulos y cósenos directores de un vector.

Sección 17. Recta en el plano determinada por un punto y un vector perpendicular. Plano en el espacio determinado por un punto y un vector perpendicular. Ángulo entre dos rectas en el plano. Ángulo entre dos planos en el espacio. Cálculo de distancias: de un punto a una recta en el plano, de un punto a un plano en el espacio, de un punto a una recta en el espacio.

Sección 18. Distancia entre dos rectas en el espacio. Coordenadas del punto simétrico respecto a una recta en el plano. Coordenadas del simétrico de un punto respecto a un plano en el espacio. Proyección ortogonal de un punto en un plano. Aplicaciones a la Geometría Euclidiana.

Sección 19. Producto vectorial. Propiedades. Producto vectorial en un sistema ortonormal.: Segundo criterio del paralelismo, distancia de un punto a una recta en el espacio, área de un paralelogramo, área de un triángulo. Triple producto vectorial. Relación de Gibbs.

Sección 20. Producto mixto. Propiedades. Producto mixto en un sistema ortonormal. Aplicaciones: volumen del paralelepípedo, volumen del tetraedro, criterio de coplanariedad para cuatro puntos distintos. Ecuación vectorial y cartesiana de un plano determinado por tres puntos distintos y no colineales (utilizando el producto mixto).

Sección 21. Problemas de aplicación a la Geometría Euclidiana y a la Trigonometría de estos cuatro productos. (Escalar, vectorial, triple y mixto).

Sección 22 y 23. Vector deslizante. Aplicaciones de los vectores geométricos en la solución de algunos problemas en la física.

Modelo 1. Sistemas de fuerzas. Descomposición de un vector en sus componentes rectangulares. Métodos gráficos y analíticos.

Modelo 2. Problemas de velocidades relativas. Gráficos de desplazamientos. Gráficos de velocidades. Ecuación vectorial básica que rige estas situaciones.

Sección 24. El cono circular. Secciones cónicas. La ecuación general del 2º grado en dos variables y su relación con las cónicas. La circunferencia. Definición como lugar geométrico. Ecuaciones y traslaciones.

Sección 25 La parábola. Definición como lugar geométrico. Ecuaciones. Traslaciones. Elementos básicos. Propiedades ópticas. Relación con la ecuación general del 2º grado. Problemas de aplicación.

Sección 26. La elipse. Definición como lugar geométrico. Ecuaciones. Traslaciones. Elementos básicos. Propiedades ópticas. Relación con la ecuación de 2º grado. Problemas de aplicación.

Sección 27 La hipérbola. Definición como lugar geométrico. Ecuaciones. Traslaciones. Elementos básicos. Propiedades ópticas. Relación con la ecuación de 2º grado. Problemas de aplicación.

BIBLIOGRAFÍA

TEXTO GUÍA:

JARAMILLO Alberto. OLEAS Grimaldo. Geometría Vectorial y Analítica Una introducción al álgebra lineal. Universidad de Antioquia. U de @.2006

TEXTOS DE CONSULTA

- ANTON, Howard. Introducción al álgebra lineal. Limusa Wiley Primera edición 1983.
- BEER, F.P. JOHNSTON, JR. Mecánica Vectorial para Ingenieros. Tmo. I: ESTÁTICA. Mc.Graw-Hill
- CARAKUSHANSY, Mina Introducción al álgebra lineal. Mc. Graw-Hill. Primera edición 1980.
- COLMAN Bernard. Álgebra Lineal con aplicaciones y Matlab. Prentice may sexta edición 1980.

- FLOREY, Francis. Fundamentos de álgebra Lineal y aplicaciones. Prentice Hall Primera edición
- GROSSMAN, Stanley. Álgebra Lineal con aplicaciones. Mc. Graw-Hill sexta edición. 1996
- GRUMAT P. Geometría Vectorial Universidad de Antioquia 1973.
- JARAMILLO, Alberto. Algunas aplicaciones de los Vectores Geométricos a la Física. 2004.

<http://docencia.udea.edu.co/cen/vectorfisico>

- NAKOS, George-JOINER, David. Álgebra Lineal con aplicaciones
- JARAMILLO, Alberto-OLEAS, Grimaldo. Curso de Geometría Vectorial. Universidad de Antioquia, <http://ayura.udea.edu.co/~vectorial>
- LOAIZA, Gustavo. Curso de Geometría Vectorial Universidad de Antioquia 1985.
- NAKOS, George-JOINER, David. Álgebra Lineal con aplicaciones.
- STRANG, Gilbert. Álgebra Lineal y sus aplicaciones. Fondo Educativo Interamericano. Primera edición 1982.

Programa elaborado por:
ALBERTO JARAMILLO ATEHORTUA
Coordinador del curso
Profesor del Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales